

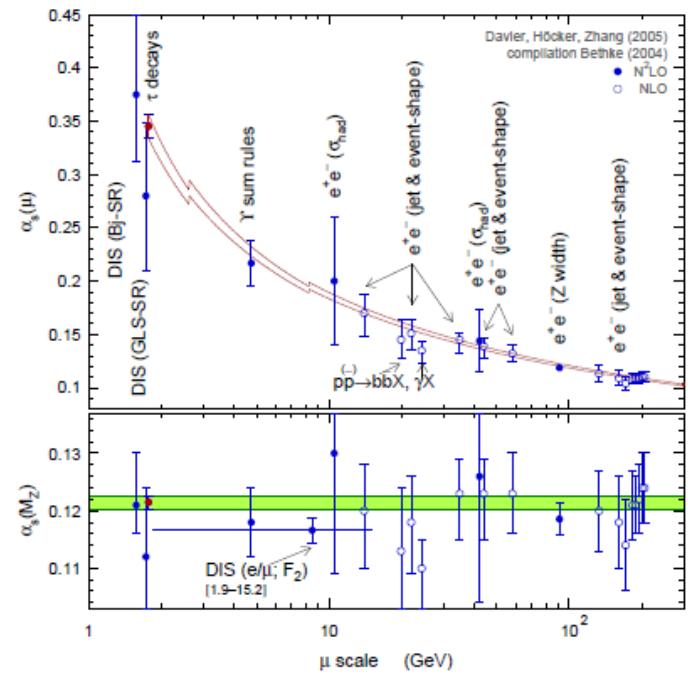
# 物質に重さがある理由の検証? (格子QCDの進展)

橋本省二(KEK,素核研)  
@第3回素核研金茶会  
2007年7月20日



# いまさらQCDなんて

- 60年代までの素粒子物理は混沌。
  - 多くの共鳴状態、S行列理論、分散公式、弦理論、  
...
    - いまになって論文を読んでも難しい...
- 70年代の漸近自由性の発見で一気に見通しが開ける。
  - DIS,  $e^+e^-$ , ...
    - 昔の難しい物理は忘れてよい...

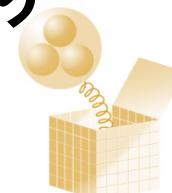




Jiro Kodaira (1951—2006)

# 「クオークは誰が見たか」

- 小平治郎、数理科学2006年12月号
  - 「誰も見ていない」が、「もう十分です」と言うほどの状況証拠。
  - 「現在QCDを研究する目的を『QCDのチェック』と考えている人はかなりの変人である。真の目的は未だ明らかにされていないQCDのダイナミクスを理解することであり、そのための努力が続けられている」。--- 数理科学2006年3月号より





Jiro Kodaira (1951—2006)

# pQCDの今そして今後

- 「(LHCでの) 超対称性粒子の発見は実験的には至難の技と考えられる。超対称性粒子は非常に多数の粒子にカスケード崩壊すると想像され、... 標準模型の範囲でも類似のイベントは十分起こりうる。標準模型からのバックグラウンドをいかに正確に抑えておくか」

--- 小平治郎、学術月報2006年8月号

QCDを研究する目的のひとつの答え



# やり残した宿題

- 60年代から残る宿題=低エネルギーQCDを正確に計算する手法はいまだに確立していない。
- ハドロン原子核物理へ委託？
- 多くの素粒子実験でツケが残ることに。
  - LHC、Bファクトリー、K中間子崩壊、  
Muon g-2、NEDM、ニュートリノ...



# ツケ

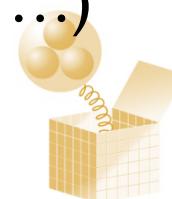
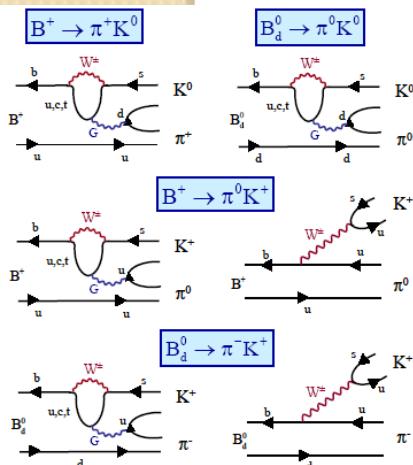
- LHC

- グルーオンPDF, パートンシャワー
  - 主戦場はQCD。ツールは自前で。

- Bファクトリー

- 実験データをどうCKM (or NP)に結びつけるか? グルーオンの衣装をとりさる。

- $B \rightarrow J/\psi K_S$  は幸運な例。 $\pi\pi$ ならアイソスピン対称性を使ってなんとか。それもできない例はいっぱい。
- QCDにもとづく計算手法(I/Mb展開、SCET, ...)



# ツケ

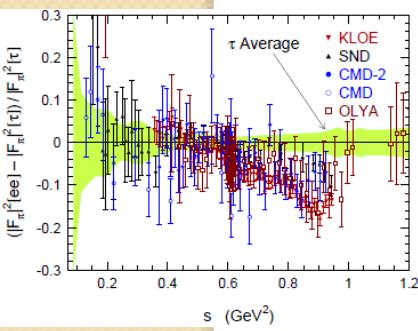
- $K$ 中間子崩壊

- $B$ と同様の問題。もっと難しい面も。
  - $\varepsilon'/\varepsilon$ は測られたが、CKM (or NP)の解析の役には立っていない。
  - 恐ろしく難しい実験( $K_L \rightarrow \pi^0 \nu \bar{\nu}$ )をやるはめに。

- Muon  $g-2$

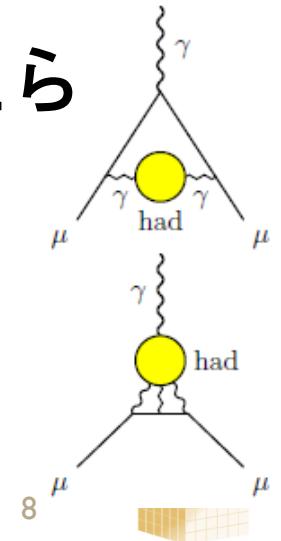
- レプトンの実験なのに、気がついたらQCDが不定性の原因に。

- Vacuum polarization ( $e^+e^-$ と $\tau$ の不一致)
- Light-by-light 振幅



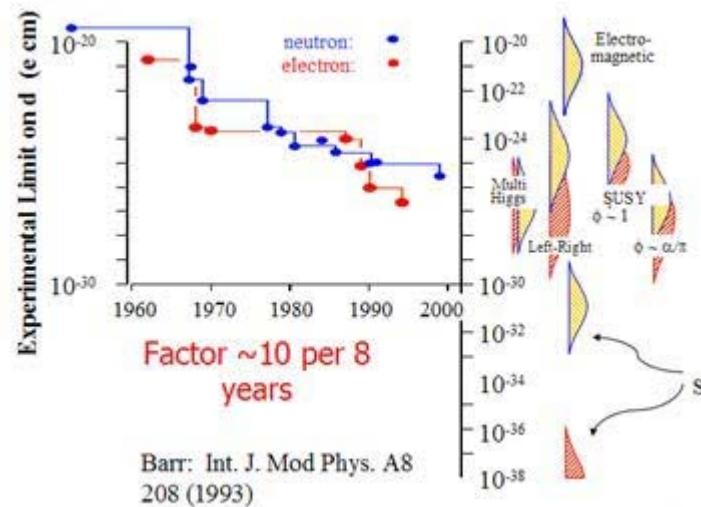
2007/7/20

橋本省二 @ 素核研金茶会

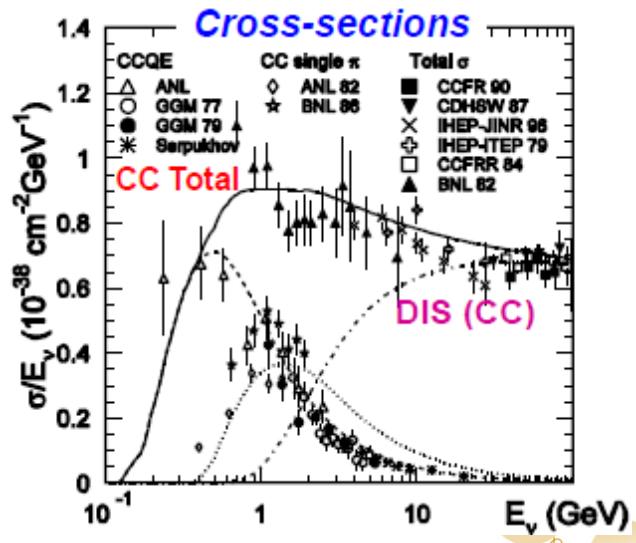


# ツケ

- NEDM (中性子電気双曲子能率)
  - もし見つかったら $\theta$ の値はいくつ?
    - まだ見つかってないので安心?
    - CEDMも超対称模型の検証に有用。
- ニュートリノ
  - $\nu N$ 散乱の断面積にはよくわかっていない部分がある。
    - 春の学会でシンポジウム



Barr: Int. J. Mod Phys. A8  
208 (1993)



# 格子QCDは何をやってるのか

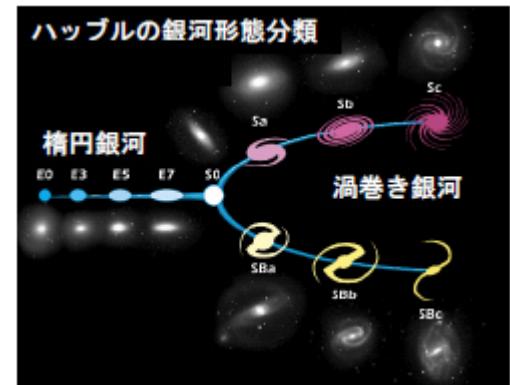
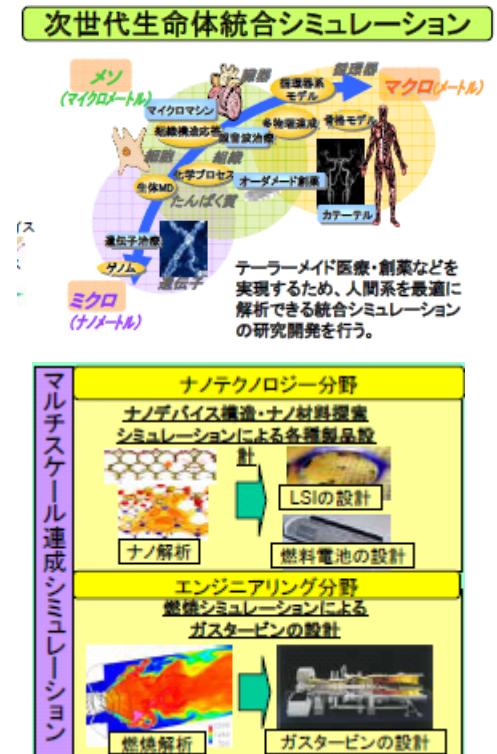


- 本来、これらの問題は格子QCDで計算可能なはず。
  - なんでいつまでたってもできないの?
  - マルチスケール問題
  - 動的クォークの問題
  - カイラル対称性の問題



# マルチスケール問題

- 大きく異なるスケールを同時にシミュレーションするのはいつも大変
  - 遺伝子, たんぱく, 細胞, 最後は人体まで?
  - ナノ材料, 半導体
  - 星から銀河, 銀河のクラスター
- QCDの場合は、
  - $b$ -クォーク, QCDスケール, パイ中間子, 原子核
    - 大したことなさそう...?

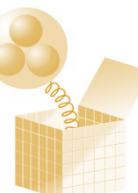


# 動的クオークの問題

$$\begin{aligned} Z &= \int [dU] \int [d\psi_f] [d\bar{\psi}_f] \exp(-S_g[U] - \bar{\psi}_f (D[U] + m_f) \psi_f) \\ &= \int [dU] \det(D[U] + m)^2 \exp(-S_g[U]) \end{aligned}$$

- クオーク行列式

- 普通に計算すると  $V^3$  のコスト
- 何とかして逆行列の計算に持ち込む。コストは  $V(ma)^{-1}$
- クオーク質量が小さいときに問題になる。シミュレーション全体では  $V(ma)^{-2}$  程度。
- ~2000年以降の格子QCDの最大の課題。
  - 2005年ころまでは  $m_\pi \sim 500$  MeV が限界だった。
  - 最近は  $m_\pi \sim 300$  MeV まで届くようになっている。

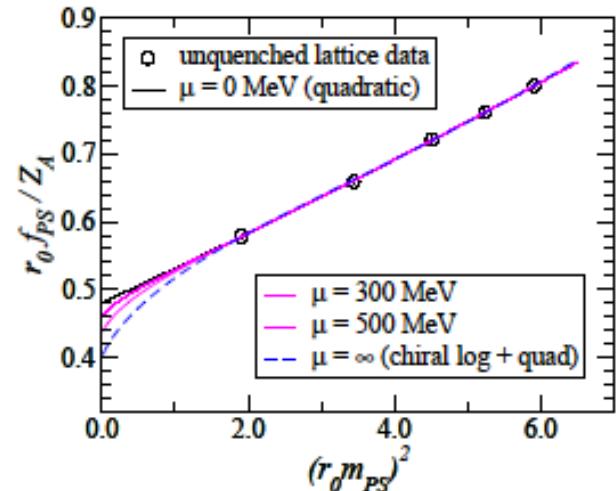


# カイラル外挿

“軽いところまでできない  
なら、適当に外挿すれば  
いいではないか”

- そうでもない = マルチスケール問題。
- パイ中間子が軽くなるとループ効果で曲がる = カイラル摂動論の予言。
- どこから曲がるかは、QCDのダイナミクスによる。

JLQCD (2002)



$$\frac{f_\pi}{f} = 1 - \frac{N_f}{2} \frac{m_\pi^2}{(4\pi f)^2} \ln \frac{m_\pi^2}{\Lambda^2} +$$



QCD

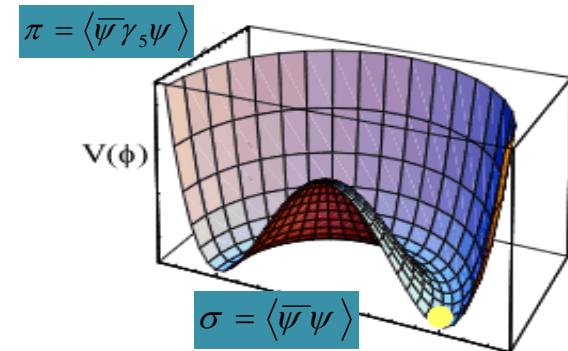


カイラル  
有効理論

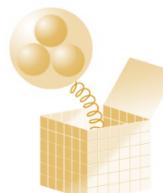
# カイラル摂動論?

- 「有効理論」

- カイラル対称性の破れを仮定する。パイ中間子を南部ゴールドストンボソンと同定すれば、有効理論が導かれる。
- 軽いパイ中間子だけ。
- 低エネルギーで正しい; 系統的な展開が可能。
- パイ中間子のループ効果(カイラルログ)。
- (次数を上げれば上げるほど)数多くの未定定数。



格子計算の結果も低エネルギー極限では有効理論で記述されるはず。



# カイラル対称性

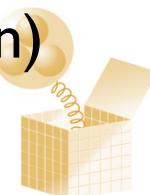
- **自発的カイラル対称性の破れ**



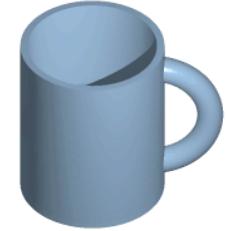
- Nambu-Jana-Lasinio (1961): BCS理論にヒントを得たNJL模型
- 低エネルギーQCDのもっとも重要な性質の一つ（もう一つはとじこめ）

- **格子上のカイラル対称性**

- カイラル対称性と格子は相性が悪い。  
ニールセン-二宮の定理 (1981)
  - カイラル対称性を陽に壊す (Wilson fermion)
  - 余分なフレーバーを加える (staggered fermion)



# トポロジー



- $SU(3)$ ゲージ理論

ゲージ場の  
トポロジー  
(インスタントン)



指数定理

カイラルな  
ゼロモード

- 連續変形では移れないゲージ配位
- 局所的なトポロジー励起
- 厳密なカイラル対称性があって初めて成り立つ。
- SSBに主要な寄与。

# ブレークスルー

- オーバーラップフェルミオン (Neuberger, 1997)
  - 厳密なカイラル対称性
  - 指数定理

$$D = \frac{1}{a} \left[ 1 - \frac{A}{\sqrt{A^+ A}} \right], A = 1 - a D_W$$

## ほかは？

- Domain-wall fermion
  - 近似的なカイラル対称性。
- Staggered fermion
  - 余分なフレーバーの粒子がいっぱい出てくる。行列式の4乗根=ユニタリティを壊す。
- Wilson fermion
  - カイラル対称性を陽に壊す。カイラル摂動論をそのまま使えない。

$$\delta\psi = \gamma_5 \left( 1 - \frac{1}{2} a D \right) \psi, \\ \delta\bar{\psi} = \bar{\psi} \left( 1 - \frac{1}{2} a D \right) \gamma_5$$



# JLQCD collaboration

- メンバー

- 金児隆志、新谷栄悟、野秋淳一、橋本省二、松古栄夫、山田憲和 (KEK)
- 深谷英則 (理研)
- 青木慎也、石塚成人、宇川彰、金谷和至、蔵増嘉伸、谷口祐介、吉江友照 (筑波大)
- 大野木哲也 (京大基研)
- 石川健一、大川正典 (広島大)
- TWQCD collaboration: Ting-Wai Chiu、小川兼司 (National Taiwan U)

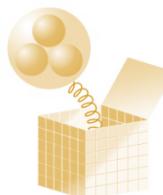
- 計算機

- IBM BlueGene/L, 57.3 Tflops
- 日立SR11000, 2.15 Tflops
- ...

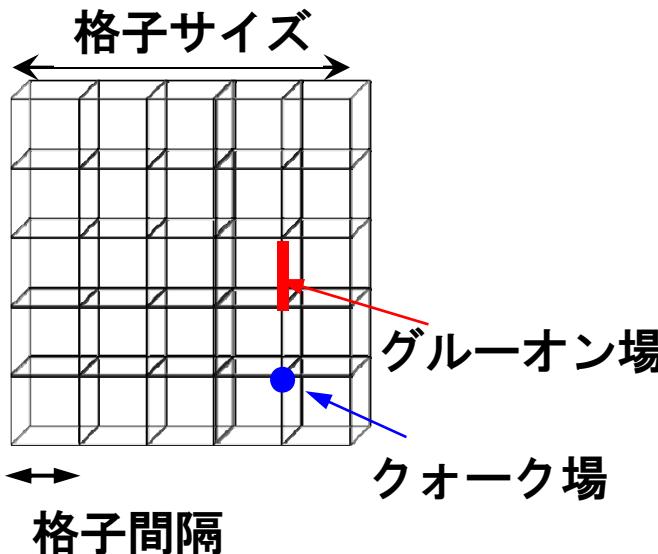


# プロジェクト

- ・厳密なカイラル対称性をもつ格子QCDシミュレーション
  - “theoretically clean”
    - 軽いクォークのシミュレーションを実現
    - カイラル対称性の破れの検証
    - カイラル有効理論への橋渡し
    - 現象論への応用
  - “numerically expensive”
    - もっとも有望な手法への先行投資
    - 体積に制限



# 格子QCD



Wilson (1974)

- 時空を格子に切ってクォークとグルーオンの場を置く。
  - QCDの非摂動的定式化
- モンテカルロシミュレーションにより真空生成
  - 第一原理計算
- 現実には近似が必要
  - 有限の  $a$
  - 有限の  $L$
  - 比較的大きな  $m_q$

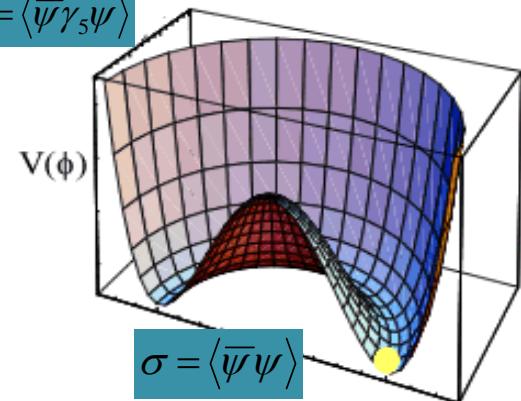


# カイラル対称性の破れを検証

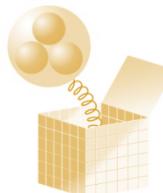
“ほんとうにこうなっているのか?”

- BEC
  - クオーク-反クオークの対がボース-アイシンシュタイン凝縮を起こす。
  - クオークの低エネルギーモードの密度が有限に (Banks-Casher 関係式)
- Nambu-Goldstone
  - 有効な力学的自由度としてパイ中間子だけが残る。

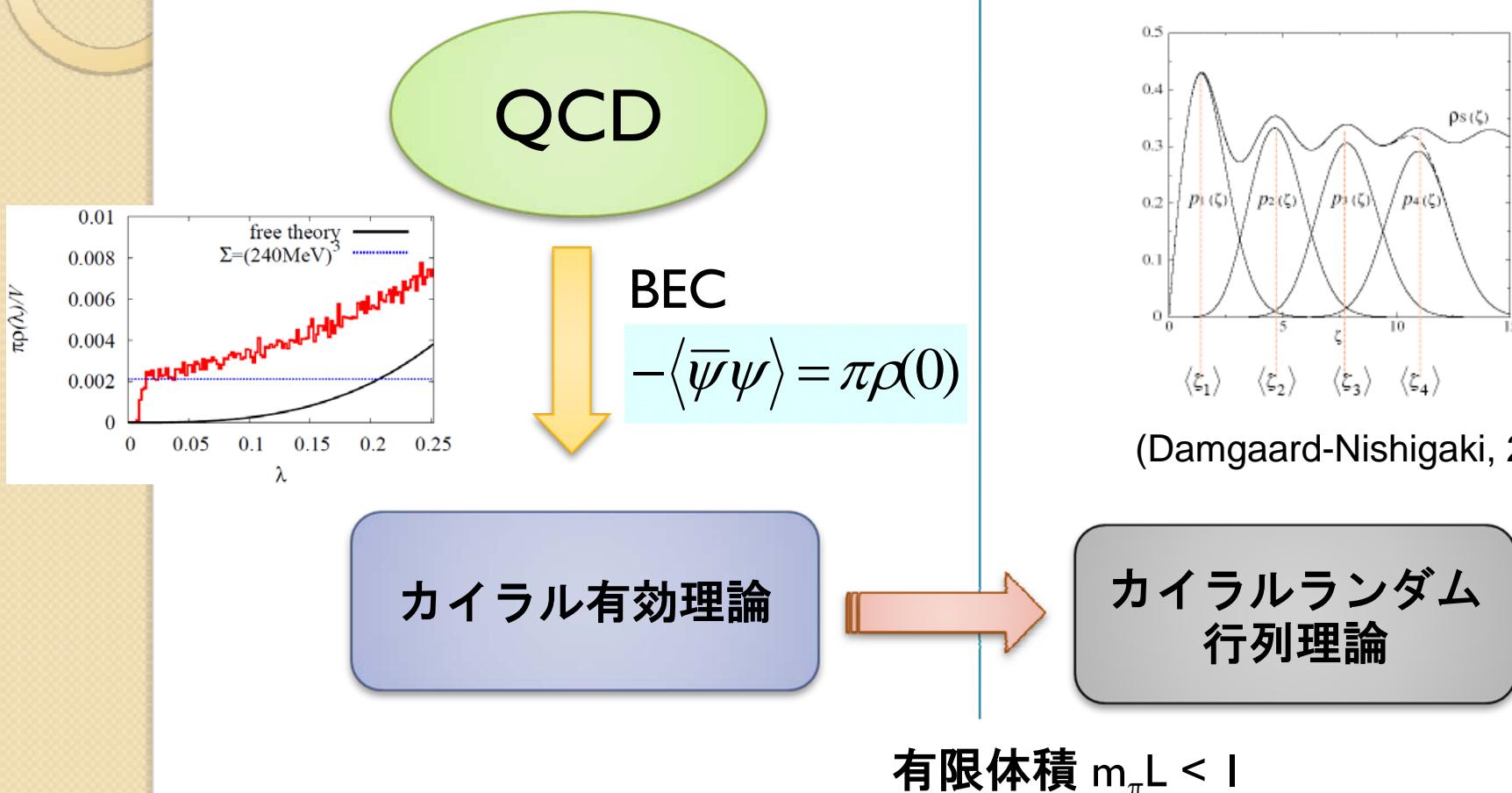
$$\pi = \langle \bar{\psi} \gamma_5 \psi \rangle$$



$$-\langle \bar{\psi} \psi \rangle = \pi \rho(0)$$



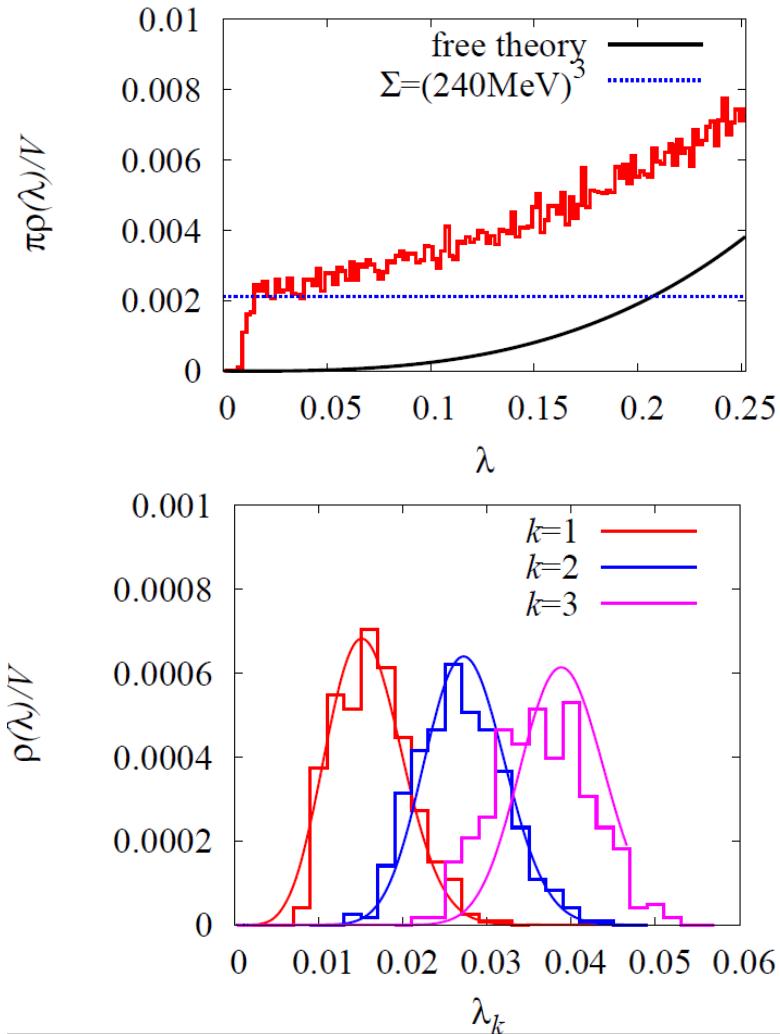
# QCDから有効理論へ



# 格子QCDによるテスト

JLQCD (Fukaya et al.), PRL98, 172001 (2007)

- 厳密なカイラル対称性
- カイラル極限にぎりぎりまで近づく( $m_q \sim 3\text{MeV}$ )
- 有限体積  $m_\pi L \sim 1$
- クオークの固有モードを計算。凝縮が起こっているか?
- カイラルランダム行列理論との比較。

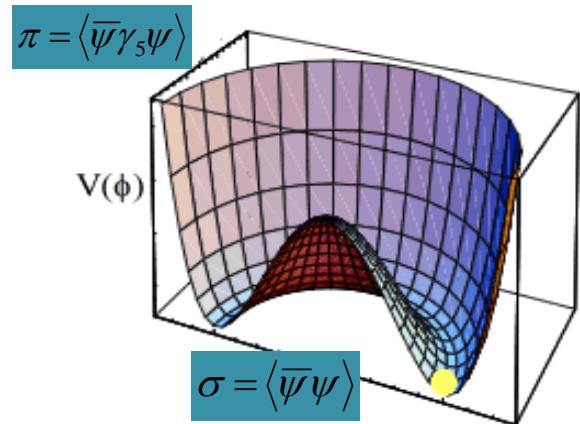
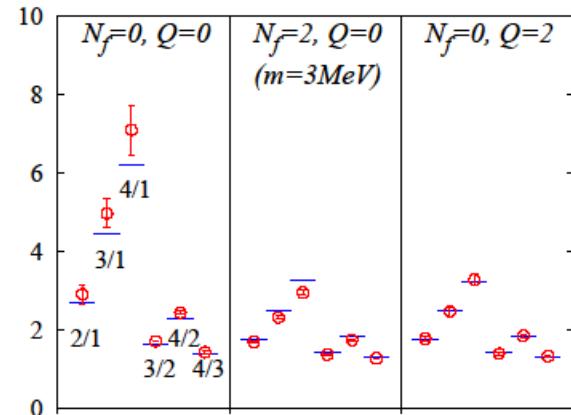


# 格子QCDによるテスト

JLQCD (Fukaya et al.), PRL98, 172001 (2007)

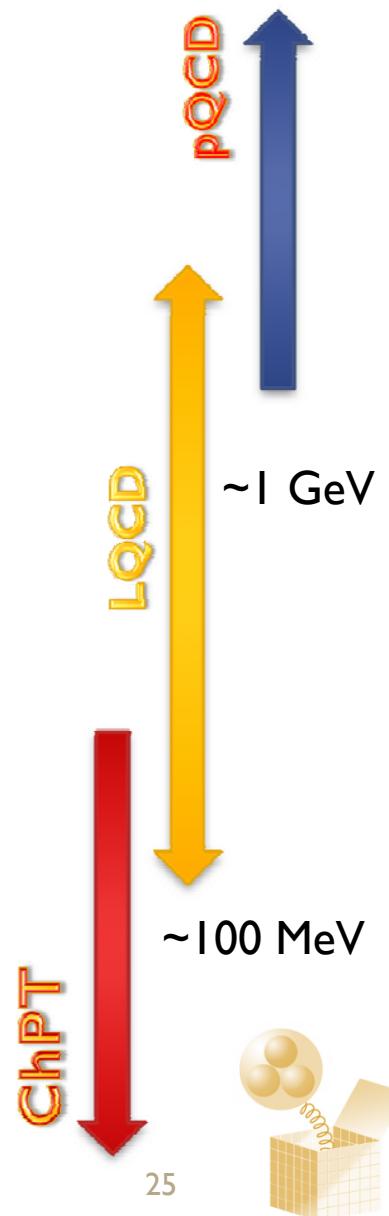
- 有限体積では対称性の破れは起きない。が、
- 固有モードのあらわれるパターンがカイラル対称性の破れを仮定した(有限体積での)理論と一致。
- $N_f=2$  QCDが低エネルギーで3個のパイオンに相当するモードをもつことを実証。

$$\Sigma^{\overline{MS}}(2\text{GeV}) = [251(7)(11) \text{ MeV}]^3$$



# どういう意味をもつか

- カイラル極限まで適応可能な非摂動QCD計算ツールが手にした。
  - 高エネルギーでは摂動的CDを適用可能。
  - 低エネルギーではカイラル有効理論とシームレスに接続。



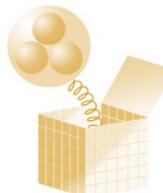
# 現象論への応用

## 一步ずつ基礎固め

- カイラル凝縮
- パイ中間子の質量、崩壊定数、形状因子
- パイ中間子におけるアイソスピンの破れ
- パイ中間子散乱長
- $K$ 中間子の質量、崩壊定数
- $K$ 中間子セミレプトニック崩壊
- $K$ 中間子バッグパラメタ  $B_K$

## 理論的興味

- トポロジー感受率



# パイ中間子

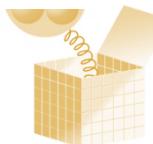
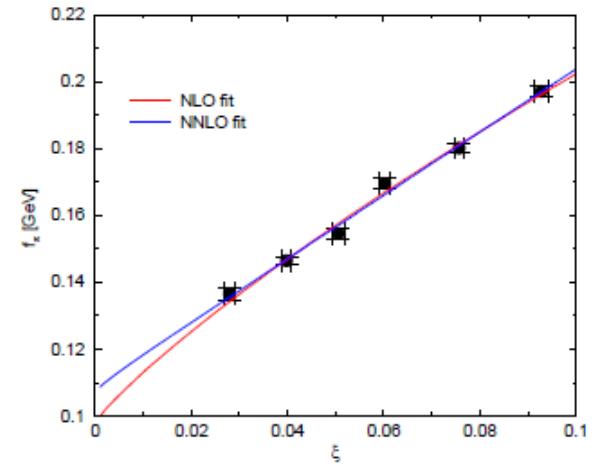
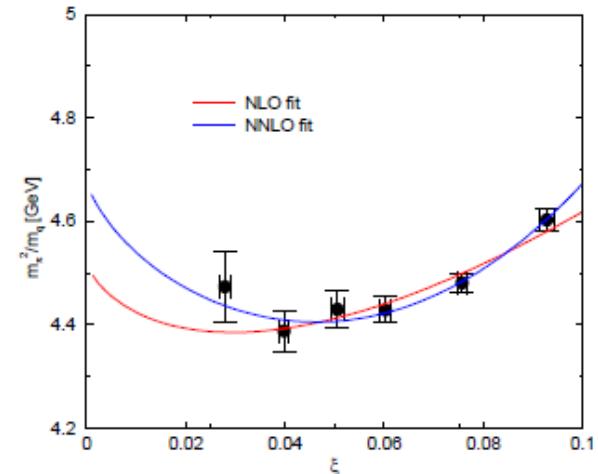
- NNLO (two-loop) カイ  
ラル摂動論のテスト

- $m_\pi^2/m_q$
- $f_\pi$

$$\frac{m_\pi^2}{m_q} = 2B_0 \left[ 1 + \xi \ln \xi + \frac{7}{2} (\xi \ln \xi)^2 + \text{analytic terms} \right]$$

$$f_\pi = f \left[ 1 - 2\xi \ln \xi + 5(\xi \ln \xi)^2 + \text{analytic terms} \right]$$

$$\xi \equiv \frac{m_\pi^2}{(4\pi f_\pi)^2}$$



# Lattice 2007

University of Regensburg, July 30~

- Plenary
  - H. Matsufuru, “Exploring chiral regime with dynamical overlap fermions”
- Parallel/poster
  - J. Noaki, Pion mass and decay constant
  - H. Fukaya, epsilon-regime correlator
  - E. Shintani,  $\pi^+\pi^0$  EM splitting
  - T. Kaneko, pion form factor
  - N. Yamada,  $B_K$
  - T.-W. Chiu, topological susceptibility
  - SH, 2+1-flavor status
  - T. Yagi,  $\pi\pi$ -scattering
  - T. Onogi, QCD at fixed topology

ご意見、ご提案を求む  
(なんでもできるわけじゃないけど...)

